



Profil Mikrorotasi dan Temperatur Aliran Magnetohidrodinamik Fluida Mikroktub pada Bola Bermagnet

Mufatin Fauziyah^{1*}, Basuki Widodo², Dieky Adzkiya³

^{1, 2, 3}Institut Teknologi Sepuluh Nopember

*Mufatin.fauziyah@gmail.com

ABSTRAK

Fluida mikroktub adalah fluida dengan struktur mikro, yang terdiri dari partikel kaku yang berorientasi secara acak pada media kental yang memiliki kemampuan mikrorotasi. Penelitian ini difokuskan pada profil mikrorotasi dan temperatur aliran magnetohidrodinamik fluida mikroktub pada bola bermagnet. Model dari permasalahan dibangun persamaan dimensional yang terdiri dari persamaan kontinuitas, persamaan momentum, persamaan momentum angular, dan persamaan energi. Model berdimensi tersebut ditransformasikan ke model tak berdimensi menggunakan variabel tak berdimensi. Selanjutnya model tak berdimensi diubah menjadi persamaan similaritas dengan menggunakan variabel similaritas. Persamaan similaritas diselesaikan secara numerik menggunakan metode beda hingga dengan skema implisit Euler. Hasil simulasi menunjukkan temperatur fluida naik seiring dengan meningkatnya parameter bahan mikroktub. Sebaliknya, temperatur semakin turun dengan bertambahnya bilangan Prandtl. Profil mikrorotasi turun saat parameter bahan mikroktub lebih besar sampai titik tertentu, kemudian berbalik semakin naik. Profil mikrorotasi semakin meningkat seiring dengan bertambahnya bilangan Prandtl.

Kata Kunci: fluida mikroktub, magnetohidrodinamik, skema implisit Euler.

ABSTRACT

Micropolar fluids are fluid with microstructure, consisting of rigid, randomly oriented particles suspended in a viscous medium that have microrotation. This research examine microrotaion profile and temperature of magnetohydrodynamics micropolar fluids flow pass a magnetic sphere. Mathematics model for this problem are developed by dimensional equations consist of continuity equation, momentum equation, angular equation, and energy equation. These dimensional models are transformed to non dimensional model using non dimensional variables. These non dimensional equations are further converted into similarity equations using similarity variables. These equations are solved numerically by using Euler implicit scheme. The result shows that temperature became greater with the increasingly micropolar parameter. Whereas temperature will decreases when Prandtl number increase. Microrotation profile increase when micropolar parameter decreases on a point, then microrotation profile will decreases with increasing micropolar parameter. When microrotation profile increases, Prandtl number increases.

Keywords: micropolar fluid, magnetohydrodynamics, Euler implicit scheme.

1. PENDAHULUAN

Zat yang apabila diberikan tegangan geser akan berubah bentuk secara kontinu dinamakan fluida (Widodo, 2012). Fluida fase cair dibagi dua, yaitu fluida Newtonian dan fluida non-Newtonian. Penelitian ini menggunakan fluida mikrokutub. Berdasarkan viskositasnya, fluida mikrokutub merupakan fluida non-Newtonian. Teori tentang fluida mikrokutub dikenalkan oleh Eringen pada tahun 1965. Fluida mikrokutub adalah fluida dengan struktur mikro, yang terdiri dari partikel kaku yang berorientasi secara acak pada media kental yang memiliki kemampuan mikrorotasi (Lukazewics, 1999). Contoh dari fluida mikrokutub adalah darah hewan, liquid crystal, dan cairan polimer (polimer adisi). Partikel kaku yang terkandung di dalam elemen volume kecil yang dapat memutar pusat volume dijelaskan oleh vektor mikrorotasi (Narayana *et al.*, 2013).

Magnetohidrodinamik (MHD) mempelajari konduksi fluida elektrik yang dipengaruhi oleh medan magnet. Magnetohidrodinamik dapat diartikan sebagai dinamika atau pergolakan yang terjadi pada fluida yang bersifat konduktor yang dipengaruhi medan magnet. Penelitian aliran magnetohidrodinamik penting kaitannya dalam bidang teknik dan industri material maju. Penelitian sebelumnya mengenai karakteristik aliran lapisan batas pada magnetohidrodinamik yang melewati bola pejal dilakukan oleh Basuki Widodo (Widodo *et al.*, 2016). Penelitian ini mengkaji pengaruh medan magnet terhadap distribusi kecepatan, mikrorotasi dan koefisien gesekan pada aliran fluida mikrokutub. Pada tahun 2017, Pratomo (Pratomo, 2017) mengkaji mengenai pengaruh parameter magnetik dan parameter bahan terhadap kecepatan aliran fluida dan kecepatan mikrorotasi. Kedua penelitian tersebut menggunakan metode beda hingga skema Keller-Box.

Pada penelitian ini akan dikaji profil mikrorotasi dan temperatur aliran magnetohidrodinamik fluida mikrokutub tak tunak yang dipengaruhi oleh konveksi campuran dengan variasi parameter bahan mikrokutub dan bilangan Prandtl. Adapun metode yang digunakan untuk menyelesaikan adalah metode beda hingga dengan skema implisit Euler. Daerah yang diamati difokuskan pada titik stagnasi bagian bawah pada lapisan batas.

2. METODE

2.1. Jenis Penelitian

Penelitian tentang profil mikrorotasi dan temperatur aliran magnetohidrodinamik fluida mikrokutub pada bola bermagnet ini merupakan penelitian kualitatif.

2.2. Prosedur Penelitian

Studi Literatur

Pada tahap ini akan dikumpulkan beberapa referensi yang mendukung penelitian baik dari buku maupun jurnal ilmiah.

Pembangunan Model

Pada tahap ini, dilakukan langkah-langkah berikut:

- i. Penurunan persamaan konversi massa dan hukum-hukum fisika yang berkaitan dengan permasalahan.
- ii. Penentuan kondisi batas.
- iii. Mengubah persamaan menjadi model dimensional dan non-dimensional.

iv. Persamaan non-dimensional yang diperoleh diubah ke persamaan similaritas.

Penyelesaian Model

Persamaan non-dimensional yang diperoleh diselesaikan dengan skema implisit Euler

Tahap Simulasi

Pada tahap ini, algoritma dari model yang diperoleh, diimplimentasikan dalam bentuk program dengan menggunakan program MATLAB. Program yang telah dibuat dijalankan dengan memasukkan inputan.

Analisis dan Pembahasan

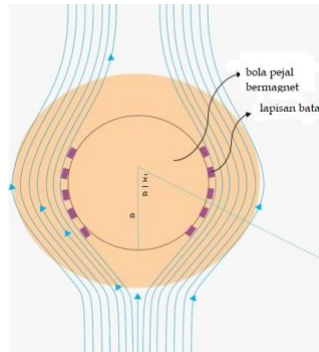
Tahap ini berisi analisis dan pembahasan dari hasil simulasi untuk mengetahui pengaruh konveksi campuran dan medan magnet dalam aliran magnetohidrodinamik fluida mikrokutub terhadap profil mikrorotasi partikel dan temperatur fluida pada lapisan batas dengan variasi parameter magnetik.

Finalisasi

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini, fluida mikrokutub mengalir melalui bola pejal bermagnet pada lapisan batas. Lapisan batas terbentuk dari hasil gesekan antara fluida dan permukaan bola. Gambaran sistem fisis dari lapisan batas tersebut ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Sistem Fisis Fluida yang Melewati Bola Pejal

Model dibangun dengan penurunan hukum konservasi massa, prinsip konservasi momentum dan momentum angular, serta hukum termodinamika I. Dari hukum-hukum tersebut dapat dibangun persamaan dimensional yang meliputi persamaan kontinuitas, persamaan momentum, persamaan momentum angular, dan persamaan energi.

Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial \bar{r} \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{r} \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \tag{1}$$

Persamaan Momentum

Persamaan momentum sumbu-x

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} - \beta \rho (\bar{T} - T_{\infty}) g_{\bar{x}} + (\mu + k) \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \sigma B_0^2 \bar{u} + k \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{y}} \tag{2}$$

Persamaan momentum sumbu-y

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} - \beta \rho (\bar{T} - T_{\infty}) g_{\bar{y}} + (\mu + k) \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \sigma B_0^2 \bar{v} + k \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{x}} \quad (3)$$

Persamaan Momentum Angular

$$\rho I \left(\frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{N}}{\partial \bar{y}} \right) = \gamma \left(\frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \bar{y}^2} \right) - k(2\bar{N} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}) \quad (4)$$

Persamaan Energi

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{c}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (5)$$

Dengan kondisi batas sebagai berikut:

$$\bar{t} = 0: \bar{u} = \bar{v} = \bar{N} = 0, \bar{T} = T_{\infty}, \text{ untuk } \bar{x}, \bar{y}$$

$$\bar{t} > 0: \bar{u} = \bar{v} = 0, \bar{N} = -n \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}, \bar{T} = T_w, \bar{y} = 0$$

$$\bar{u} = \bar{u}_e(\bar{x}), \bar{N} = 0, \bar{T} = T_{\infty} \text{ as } \bar{y} \rightarrow \infty$$

Persamaan dimensional tersebut ditransformasikan menjadi bentuk non-dimensi. Berikut adalah variabel-variabel tak berdimensi (Mohammad, 2014) yang digunakan dalam penelitian ini.

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = Re^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{y}}{a}, \quad t = \frac{u_{\infty} \bar{t}}{a}, \quad u = \frac{\bar{u}}{u_{\infty}}, \quad r = \frac{\bar{r}}{a}, \quad v = Re^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{v}}{u_{\infty}}, \quad p = \frac{\bar{p}}{\rho u_{\infty}},$$

$$r(x) = \frac{\bar{r}(\bar{x})}{a}, \quad N = Re^{-\frac{1}{2}} \frac{a \bar{N}}{u_{\infty}}, \quad T = \frac{\bar{T} - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}}, \quad g_{\bar{x}} = g \sin\left(\frac{\bar{x}}{a}\right) = -g \sin x, \quad g_{\bar{y}} = g \cos\left(\frac{\bar{x}}{a}\right) = g \cos x$$

Parameter-parameter tak berdimensi yang digunakan untuk mendapatkan persamaan non-dimensional antara lain:

$$M = \frac{a \sigma B_0^2}{\rho U_{\infty}}, \quad \alpha = \frac{Gr}{Re}, \quad Gr = \frac{g \beta (T_w - T_{\infty}) a^3}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\nu \rho C_p}{c}, \quad K = \frac{\kappa}{\mu}$$

Dengan substitusi variabel dan parameter non-dimensional, diperoleh persamaan non-dimensional sebagai berikut.

Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial r u}{\partial x} + \frac{\partial r v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

Persamaan Momentum

Persamaan momentum sumbu-x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha T \sin x + \frac{1 + K}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 + K) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + M u + K \frac{\partial N}{\partial y} \quad (7)$$

Persamaan momentum sumbu-y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\alpha}{Re^{\frac{1}{2}}} T \cos x + \frac{1 + K}{Re^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{(1 + K)}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{M v}{Re} + \frac{K}{Re} \frac{\partial N}{\partial x} \quad (8)$$

Persamaan Momentum Angular

$$\frac{\partial N}{\partial t} + u \frac{\partial N}{\partial x} + v \frac{\partial N}{\partial y} = \left(1 + \frac{K}{2}\right) \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}\right) - K(2N + \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x}) \quad (9)$$

Persamaan Energi

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr Re} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (10)$$

Lapisan batas yang terbentuk dari aliran magnetohidrodinamik fluida mikrokatub tak tunak yang mengalir melalui bola adalah sebuah lapisan yang sangat tipis dan bilangan Reynolds mendekati tak hingga, $Re \rightarrow \infty$ atau $\frac{1}{Re} \rightarrow 0$. Selanjutnya persamaan non-dimensional diubah

ke persamaan fungsi alir dengan menggunakan fungsi alir komponen u dan v sebagai berikut (White, 2009).

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Persamaan fungsi alir selanjutnya diubah ke dalam variabel-variabel similaritas berikut (Mohammad, 2012).

$$\psi = t^{\frac{1}{2}} u_e(x) r(x) f(x, \eta, t), \quad \eta = y / t^{\frac{1}{2}}, \quad N = t^{\frac{1}{2}} u_e(x) h(x, \eta, t) \quad T = s(x, \eta, t)$$

Sehingga diperoleh persamaan berikut.

Persamaan momentum:

$$(1 + K)f''' + Kh' + \frac{\eta}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + Mt(1 - f') + \frac{2}{3} \alpha st + \frac{3}{2} t(1 + ff'' - (f')^2) = t \left(\frac{\partial f'}{\partial t} \right) \quad (11)$$

Persamaan momentum angular:

$$\left(1 + \frac{K}{2}\right) h'' + \frac{\eta}{2} h' + \frac{h}{2} + \frac{3}{2} t(fh' - hf') = t \frac{\partial h}{\partial t} + Kt(2h + f'') \quad (12)$$

Persamaan Energi

$$s'' + Pr \frac{\eta}{2} s' + Prt f \frac{3}{2} \cos x s' = Prt \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{3}{2} \sin x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial s}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial s}{\partial \eta} - \frac{f}{r} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial s}{\partial \eta} \right) \right) \quad (13)$$

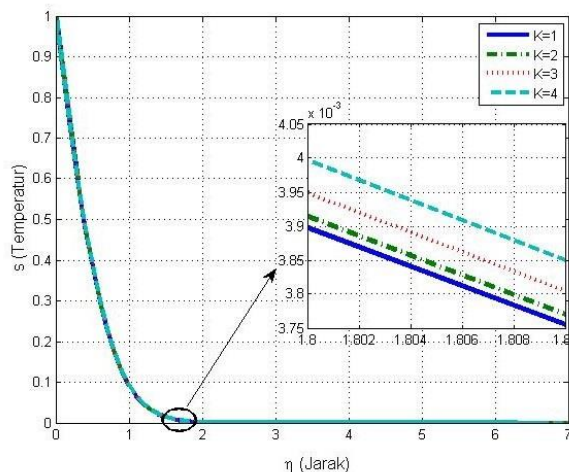
dengan kondisi batas:

$$t = 0: f = f' = h = s = 0, \text{ untuk } x, \eta$$

$$t > 0: f = f' = 0, h = -nf'', s = 1, \eta = 0$$

$$f' = 1, h = s = 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty$$

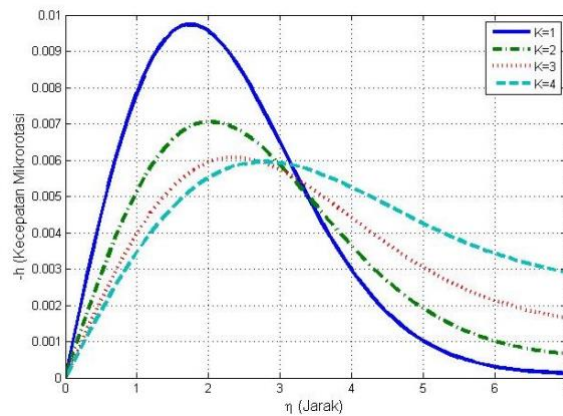
Pada penelitian ini dilakukan simulasi terhadap fluida mikroktub menggunakan software MATLAB. Simulasi dilakukan dengan memvariasikan parameter bahan (K) dan bilangan Prandtl (Pr). Variasi parameter bahan (K) dilakukan dengan inputan $K = 1, K = 2, K = 3, K = 4$, dengan inputan parameter yang lain parameter magnetik $M = 1,3$, bilangan Prandtl $Pr = 4,41$, konsentrasi fluida $N = 0,5$, dan parameter konveksi campuran $\alpha = 18,6$.



Gambar 2. Kurva Temperatur dengan Variasi Parameter Bahan Mikroktub

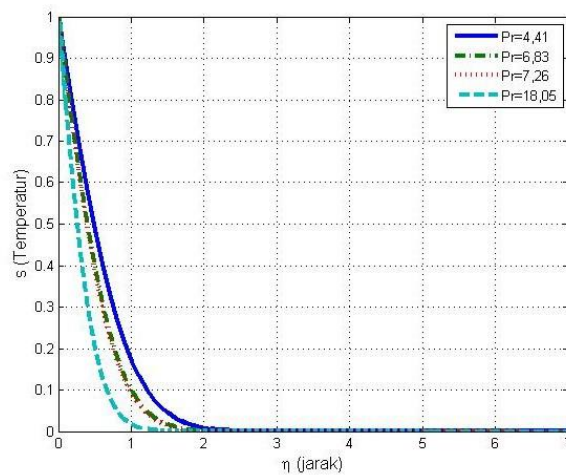
Gambar 2 menunjukkan pengaruh parameter bahan terhadap temperatur fluida pada lapisan batas. Pada saat fluida bersentuhan dengan bola atau $\eta = 0$, temperatur fluida sama dengan satu dan berangsur turun menuju nol. Dari kurva tersebut juga dapat diketahui bahwa

semakin besar nilai parameter bahan mikrotub, semakin tinggi pula temperatur fluida. Hal ini terjadi karena adanya gaya gesekan antara partikel bahan dan fluida.

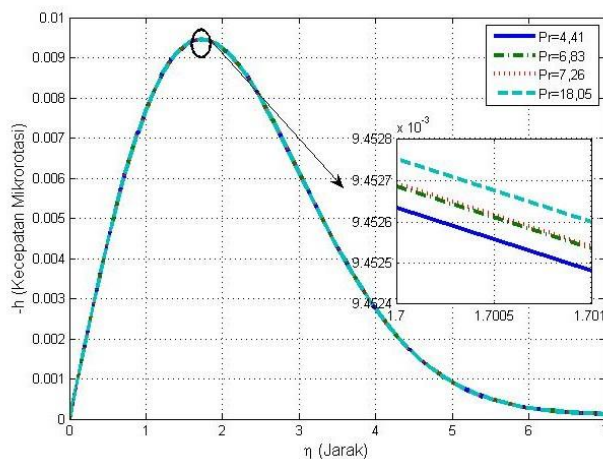


Gambar 3. Kurva Profil Mikrorotasi dengan Variasi Parameter Bahan

Gambar 3 diatas menunjukkan pengaruh parameter bahan mikrotub terhadap mikrorotasi. Di dekat bola, semakin besar parameter bahan semakin rendah mikrorotasi. Sebaliknya, semakin menjauh dari bola, fluida dengan parameter bahan lebih besar memiliki mikrorotasi lebih tinggi.



Gambar 4. Kurva Temperatur dengan Variasi Bilangan Prandtl



Gambar 5. Kurva Profil Mikrorotasi dengan Variasi Bilangan Prandtl

Pengaruh bilangan Prandtl terhadap temperatur fluida terlihat pada Gambar 4 dan Gambar 5. Inputan yang dilakukan dengan memberi nilai parameter $M = 1,3$, $\alpha = 1$, $n = 0,5$, dan $K = 1$. Sedangkan parameter bilangan Prandtl $Pr = 4,41; 6,83; 7,26; \text{ dan } 18,05$. Berdasarkan Gambar 4, pada posisi yang sama terhadap bola, fluida dengan bilangan Prandtl lebih kecil memiliki temperatur yang lebih tinggi. Sebaliknya, fluida dengan bilangan Prandtl lebih besar memiliki temperatur lebih rendah. Hal ini terjadi karena semakin besar bilangan Prandtl, semakin turun difusivitas termalnya. Gambar 5 menunjukkan pengaruh variasi bilangan Prandtl terhadap kecepatan mikrotasi fluida mikroktub. Semakin besar bilangan Prandtl, semakin cepat mikrorotasi partikel dalam fluida mikroktub.

4. SIMPULAN

Temperatur fluida naik seiring dengan meningkatnya parameter bahan mikroktub. Sebaliknya, semakin besar bilangan Prandtl, semakin turun temperatur fluida. Profil mikrorotasi turun saat parameter bahan mikroktub lebih besar sampai titik tertentu, kemudian berbalik semakin naik. Profil mikrorotasi semakin meningkat seiring dengan bertambahnya bilangan Prandtl.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Lukaszewicz, G. (1999). *Micropolar fluids theory and applications*. New York: Springer Science+Business Media.
- Mohammad, N. F., Mohd Kasim, A. R., Ali A. & Shafi, S. (2012). Unsteady Mixed Convection Boundary Layer Flow Past a Sphere in a Micropolar Fluid. *American Institute of Physics Conference Series*, vol. 1450, 211-217.
- Narayana Satya, P. V., Venkateswarlu, B., & Venkatramana, S. (2013). Effects of Hall Current and Radiation Absorption in MHD Micropolar Fluid in Rotating in a Rotating System. *Ain Sham Engineering Journal*, vol. 5, 843-854.
- Pratomo, R. V. (2017). *Magnetohidrodinamik yang Tak Tunak Pada Lapisan Batas yang Mengalir Melalui Bola Di Dalam Fluida Mikroktub Di Bawah Pengaruh Medan Magnet* (Tesis tidak dipublikasikan). Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Widodo B. (2012). *Pemodelan Matematika*. Surabaya, Indonesia: ITSPress Surabaya
- Widodo, B., Anggraini, I., Khalimah, D. A., Zainal, F. D. S., & Imron. C. (2016). Unsteady Boundary Layer Magnetohydrodynamics in Micropolar Fluid Past A Sphere. *International Journal of Far East Journal of Mathematical Sciences*, vol. 100, no. 2, 291-299.